
Blatt 2

Die Lösungen sollten auf URM hochgeladen werden. Abgabetermin: 07.05, 16:00.

Bitte begründen Sie Ihre Lösungen und zeigen Sie Ihre Argumentation auf.

Bitte notieren Sie Ihren Namen und Ihre Immatrikulationsnummer an. Wenn Sie die Aufgaben in einer Gruppe einreichen, reicht es aus, wenn eine Person die Aufgaben für die ganze Gruppe hochlädt.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei A eine Matrix $\in \mathbb{R}^{m \times n}$, wobei $m < n$. Beweisen Sie, dass es einen Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ ungleich dem Nullvektor gibt, sodass $A \cdot x = 0$ gilt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bringen Sie folgende Matrix in reduzierte Zeilenstufenform:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 1 & 2 \\ 6 & 10 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Wenden Sie das Gauss-Verfahren an um folgendes lineares Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{cases} 7x - 4y + 3z & = 10 \\ x + 2y + 3z & = 4 \\ 2x + y + 3z & = 5. \end{cases}$$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, für die das folgende System eine Lösung $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ hat:

$$\begin{cases} a \cdot y + (a + 4) \cdot z & = 0 \\ (1 - a) \cdot x + (-1 - a) \cdot y - 5 \cdot z & = -9 \\ (a - 1) \cdot x + y + 2 \cdot z & = 4 \end{cases}$$

Zusatzaufgabe (Freiwillig, wird nicht benotet oder korrigiert)

Seien $A, A' \in \mathbb{R}^{m \times n}$ Matrizen in reduzierter Zeilenstufenform. Zeigen Sie, dass

$$\text{Los}(A, 0) = \text{Los}(A', 0) \iff A = A'$$

Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass diese Äquivalenz nicht mehr gilt, wenn die Matrizen A und A' nicht in reduzierter Zeilenstufenform vorliegen.